

TAMSAYILI PROGRAMLAMA

Dal-Sınır Algoritması

Bir tamsayılı programlama probleminin Dal-Sınır Algoritması tekniği ile optimal çözümü araştırılırken, problem ile ilgili tüm aşamalar sistemli bir şekilde analiz edilir.

Dal-Sınır Algoritması tekniği ile optimal çözüm bulunurken *dallandırma*, *sınırlama* ve *bağlama* işlemleri yapılır.

Tamsayılı programlama problemi; tamsayılı olma şartı aranmadan simpleks yöntemle çözüldüğünde, optimal çözümde yer alan kesirli değerlere sahip x_j değişkenleri arasından dallandırma değişkeni seçilerek alt problemler oluşturulur. En fazla ekonomik önemi olan değişken, dallandırma değişkeni olarak belirlenir.

Belirlenen değişken dallandırılırken; optimal çözümde almış olduğu kesirli değer, iki tamsayı arasında olduğu düşünülür ve buna göre alt problemler oluşturulur. Örneğin,

$x_j = 3.4$ ise x_j 'nin 3 ile 4 arasında olduğu düşünülerek $x_j \leq 3$ ve $x_j \geq 4$ kısıtlarıyla alt problemler oluşturulur.

Oluşturulan alt problemler ayrı ayrı çözülür. Alt problemlerin optimal çözüm değerleri tamsayılı değilse, amaç fonksiyonu değeri optimale yakın olan alt problem dallandırma için seçilir. Eğer uygun çözümü olmayan alt problem varsa bu problem bağlanır. Yani dallandırma için dikkate alınmaz.

Seçilen problem dallandırılarak alt problemler oluşturulur ve optimal çözümleri bulunur. Çözümün tamsayılı olup olmadığı incelenerek, dallandırma yapıp yapılmayacağına karar verilir.

Bağlanmayan alt problemler arasında dallandırma için seçim yapılırken, amaç fonksiyonu değeri optimale yakın olan tercih edilir ve diğer alt problem bağlanır.

Örnek: Aşağıdaki problemi Dal-Sınır Algoritması yöntemiyle çözüünüz.

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y.ş. :} & 2X_1 + 3X_2 \leq 12 \\ & 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \text{ ve tamsayı} \end{aligned}$$

Tamsayılı olma şartı aranmadan, problemin simpleks çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\text{Max } Z = 35.25 \quad ; \quad X_1 = 3.75 \quad ; \quad X_2 = 1.50$$

Karar değişkenlerinin aldığı değerler kesirlidir. Ekonomik katkısı en fazla olan x_1 değişkeni, dallandırma değişkeni olarak seçilir ve alt problemler oluşturulur.

Alt Problem1(AP1)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\leq 3 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\text{Max } Z = 33 ; X_1 = 3 ; X_2 = 2$$

Çözüm değerleri tamsayılı olduğundan bu problem **BAĞLANIR**.

Alt Problem3(AP3)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\geq 4 \\ X_2 &\leq 1 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\text{Max } Z = 35.16 ; X_1 = 4.16 ; X_2 = 1$$

x_1 değişkeni kesirli değer aldığından dallandırma değişkeni olarak seçilir ve alt problemler oluşturulur.

Alt Problem5(AP5)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\geq 4 \\ X_2 &\leq 1 \\ X_1 &\leq 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\text{Max } Z = 34 ; X_1 = 4 ; X_2 = 1$$

Çözüm değerleri tamsayılı olduğundan

Alt Problem2(AP2)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\geq 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\text{Max } Z = 35.2 ; X_1 = 4 ; X_2 = 1.2$$

x_2 değişkeni kesirli değer aldığından dallandırma değişkeni olarak seçilir ve alt problemler oluşturulur.

Alt Problem4(AP4)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\geq 4 \\ X_2 &\geq 2 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

UYGUN ÇÖZÜM YOKTUR

$x_1 \geq 4$ ve $x_2 \geq 2$ iken, ilk iki kısıt sağlanmıyor. Bu problem **BAĞLANIR**.

Alt Problem6(AP6)

$$\begin{aligned} Z_{\text{Max}} &= 7X_1 + 6X_2 \\ \text{y. ş.: } 2X_1 + 3X_2 &\leq 12 \\ 6X_1 + 5X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\geq 4 \\ X_2 &\leq 1 \\ X_1 &\geq 5 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \text{ ve tamsay } \iota \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\text{Max } Z = 35 ; X_1 = 5 ; X_2 = 0$$

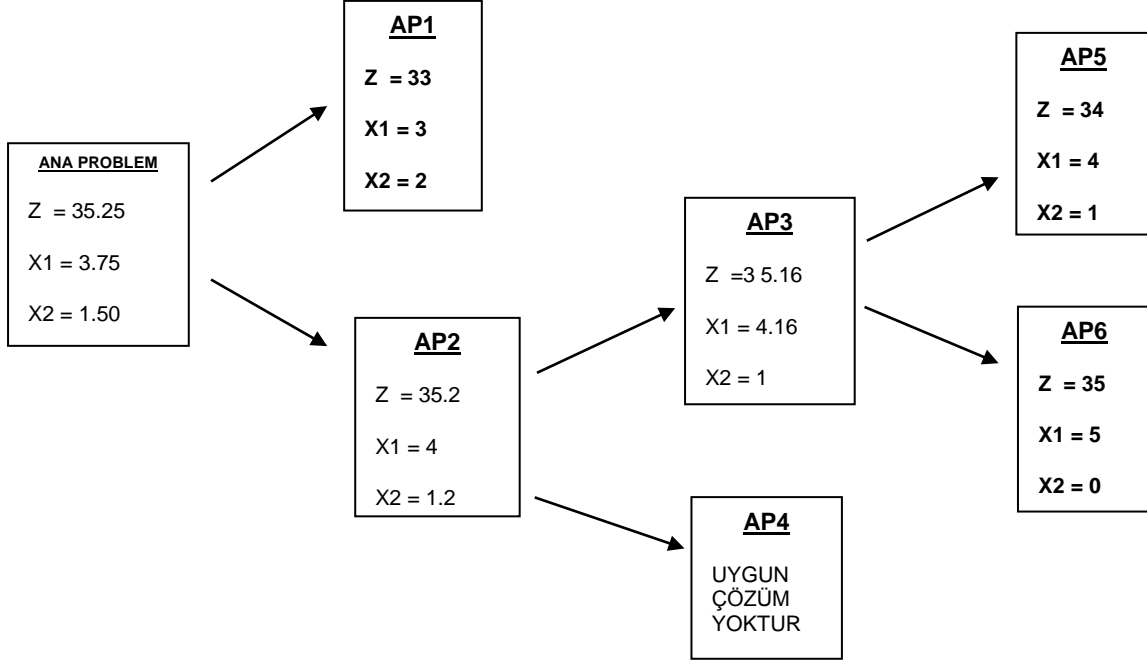
Çözüm değerleri tamsayılı olduğundan

bu problem **BAĞLANIR**.

bu problem **BAĞLANIR**.

Dallandırma işlemi bitmiştir. Optimal çözüme aday (AP1, AP5 ve AP6 olmak üzere) 3 tane tamsayılı çözüme vardır. Bunlardan amaç fonksiyonu değeri en büyük olan AP6 seçilir.

Bu çözüme daha derli toplu olarak aşağıdaki biçimde de gösterebiliriz:



Örnek: Soru işareti olan yerlere gelmesi gerekenleri yazıp, optimal çözüme ifade ediniz.

$$Z_{\text{Max}} = 5X_1 + 4X_2$$
$$\text{Y. Ş. : } X_1 + X_2 \leq 5$$
$$10X_1 + 6X_2 \leq 45$$
$$X_1, X_2 \geq 0 \text{ ve tamsayı}$$

